

Geometría Plana O Geometría Euclidiana

Principales Teoremas y Postulados

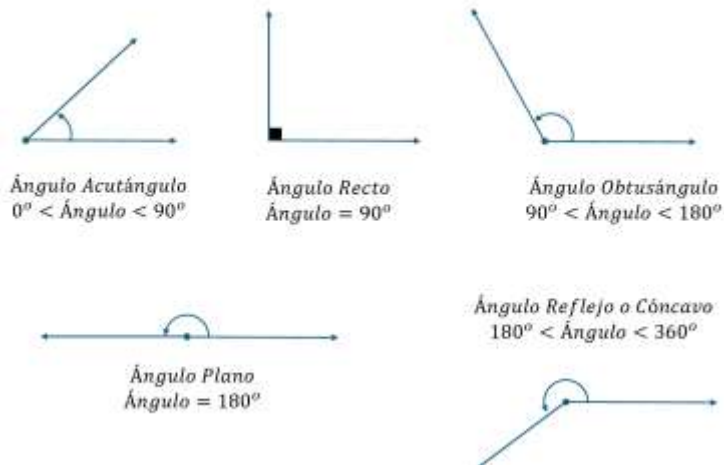
con

Algunos Conceptos Esquemmatizados

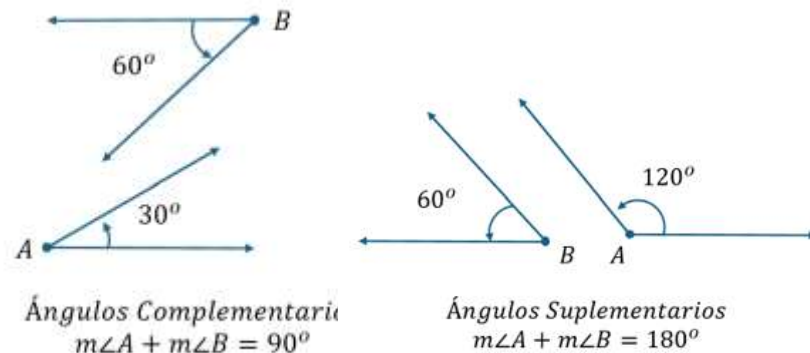
construyéndose faltan muchos todavía

Ángulos y Relaciones de Ángulo

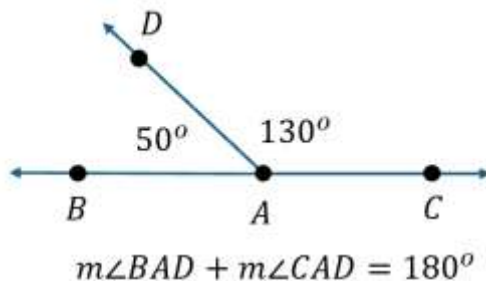
Clasificación de Ángulos



Ángulos Complementarios y Suplementarios

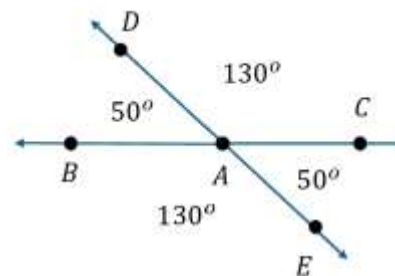


Par Linear



Par Lineal:
 Ángulos Suplementarios
 Ángulos Adyacentes
 Rayo Común $\overrightarrow{AD}$

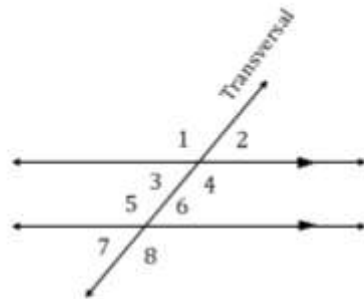
Ángulos Verticales



Ángulos Verticales:
 Opuestos por el Vértice
 Ángulos Congruentes

Ángulos y Relaciones de Ángulo

Pares de Ángulos en Líneas Paralelas Cortadas por Una Transversal



Ángulos Correspondientes

$$\angle 1 \cong \angle 5$$

$$\angle 2 \cong \angle 4$$

$$\angle 3 \cong \angle 7$$

$$\angle 4 \cong \angle 8$$

Ángulos Alternos Internos

$$\angle 3 \cong \angle 6$$

$$\angle 4 \cong \angle 5$$

Ángulos Alternos Externos

$$\angle 1 \cong \angle 8$$

$$\angle 2 \cong \angle 7$$

Ángulos Interiores al Mismo Lado o Ángulos Cosecutivos Internos
 $m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$ & $m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$

Clasificación de Triángulos por Ángulos

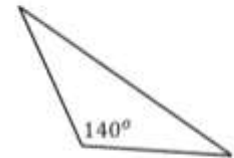
Clasificación de Triángulos por Ángulos



Triángulo Recto:
Un Ángulo Recto

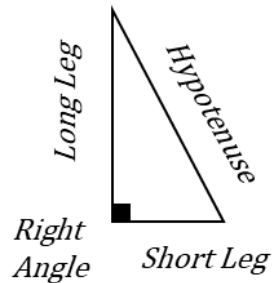
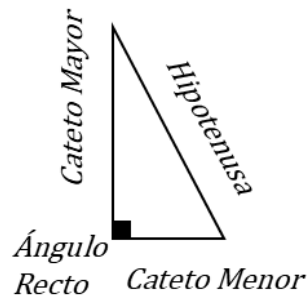


Triángulo Acutángulo:
Todos los Ángulos son Acutángulos



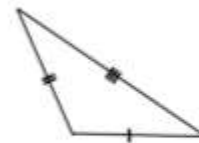
Triángulo Obtusángulo:
Todos los Ángulos son Obtusángulos

Partes de un Triángulo Recto



Clasificación de Triángulos por Lados

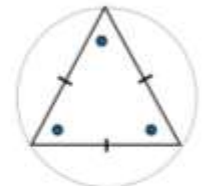
Clasificación de Triángulos por Lados



Triángulo Escaleno:
Todos los Lados son Diferentes



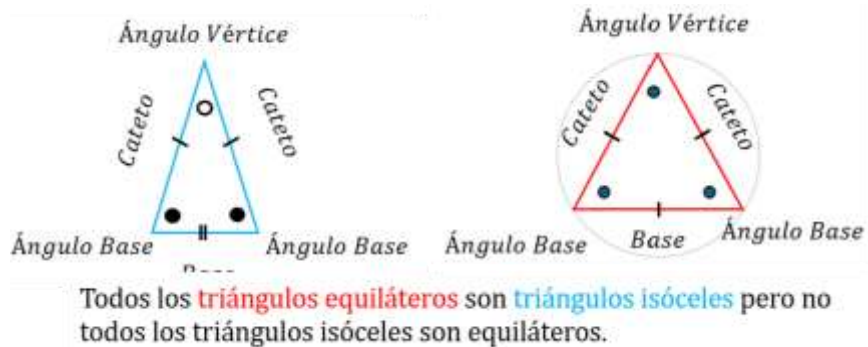
Triángulos Isóceles:
Al Menos Dos Lados Iguales



Triángulo Equilátero:
Tres Lados Congruentes
• También es Equiangular

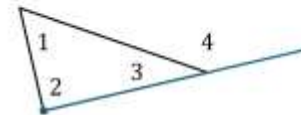
Ángulos y Relaciones de Ángulo

Partes de Un Triángulo Isóceles



Teorema Exterior de Ángulo

Teorema del Ángulo Exterior



$\angle 1$ & $\angle 2 \rightarrow \angle$'s Remotos o no Adyacentes al $\angle$ Exterior

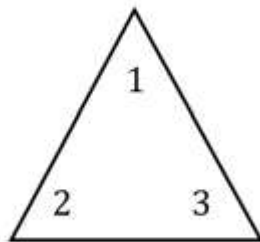
$\angle 3 \rightarrow \angle$ Adyacente al $\angle$ Exterior

$\angle 4 \rightarrow \angle$ Exterior

Ángulo Exterior es igual a la suma de los Ángulos Remotos o No adyacentes

Teorema Suma de Ángulo Interiores

Teorema de la Suma de Ángulos Interiores



$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$$

Demostración de Suma Interior de Ángulos en Polígonos Concavos Regulares e Irregulares

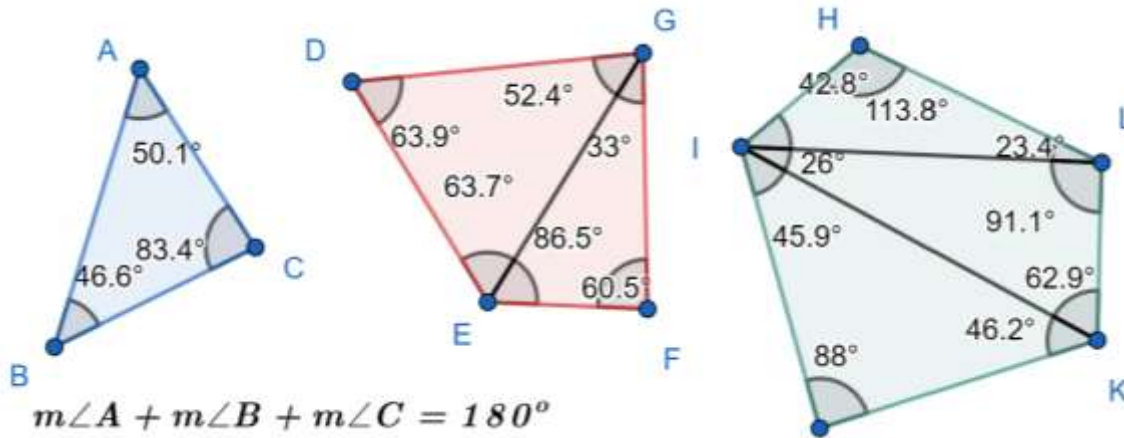
$$m\angle H + m\angle I + m\angle J + m\angle K + m\angle L = 540^\circ$$

$$m\angle H + (m\angle LIH + m\angle KIL + m\angle JIK) + m\angle J + (m\angle LKI + m\angle IKJ) + (m\angle HLI + m\angle ILK) = 540^\circ$$

$$113.8^\circ + (42.8^\circ + 26^\circ + 45.9^\circ) + 88^\circ + (46.2^\circ + 62.9^\circ) + (91.1^\circ + 23.4^\circ) = 540^\circ$$

$$(113.8^\circ + 42.8^\circ + 23.4^\circ) + (26^\circ + 91.1^\circ + 62.9^\circ) + (46.2^\circ + 88^\circ + 45.9^\circ) = 540^\circ$$

$$(180^\circ) + (180^\circ) + (180^\circ) = 540^\circ$$



*S = Suma Interior de Ángulos
en un Polígono*

$$S = (\text{Número de Triángulos}) \cdot 180^\circ$$

*Número Triángulos = Número Lados - 2
n = Número de Lados*

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$m\angle D + m\angle E + m\angle F + m\angle G = 360^\circ$$

$$m\angle D + (m\angle GED + m\angle FEG) + m\angle F + (m\angle DGE + m\angle EGF) = 360^\circ$$

$$63.9^\circ + (63.7^\circ + 52.4^\circ) + 86.5^\circ + (33^\circ + 60.5^\circ) = 360^\circ$$

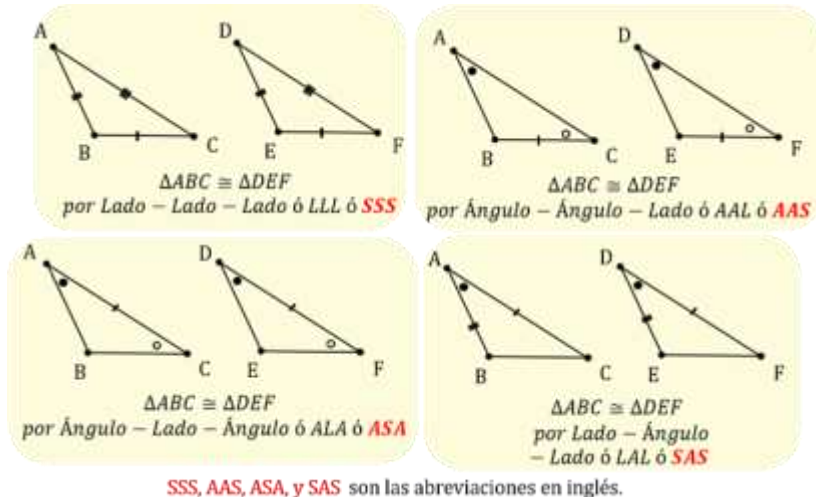
$$(63.9^\circ + 63.7^\circ + 52.4^\circ) + (86.5^\circ + 33^\circ + 60.5^\circ) = 360^\circ$$

$$180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

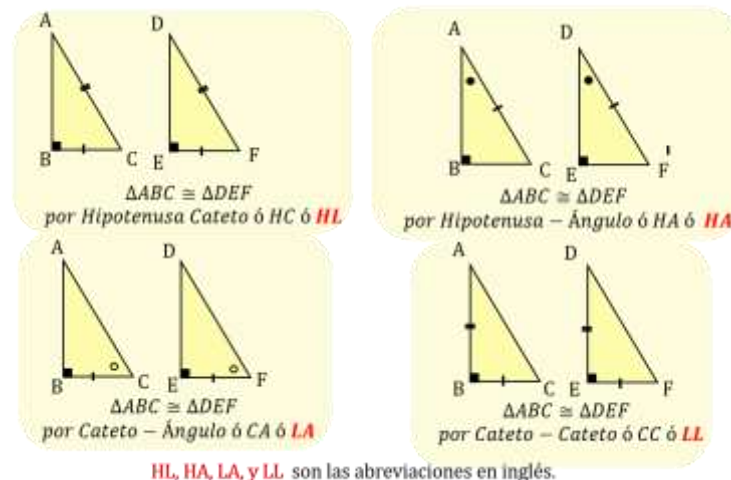


Triángulos Congruentes y Desigualdad de Triángulo

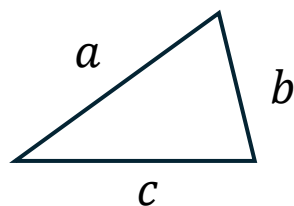
Resumen: Congruencia en Triángulos



Resumen: Congruencia en Triángulos Rectos



Desigualdad de Triángulo

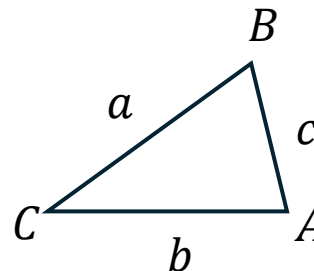


$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

Desigualdad de Triángulo: Ordenando Ángulos

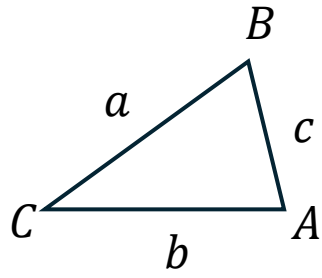


$$\text{Si } \{a > b > c\}$$

Entonces

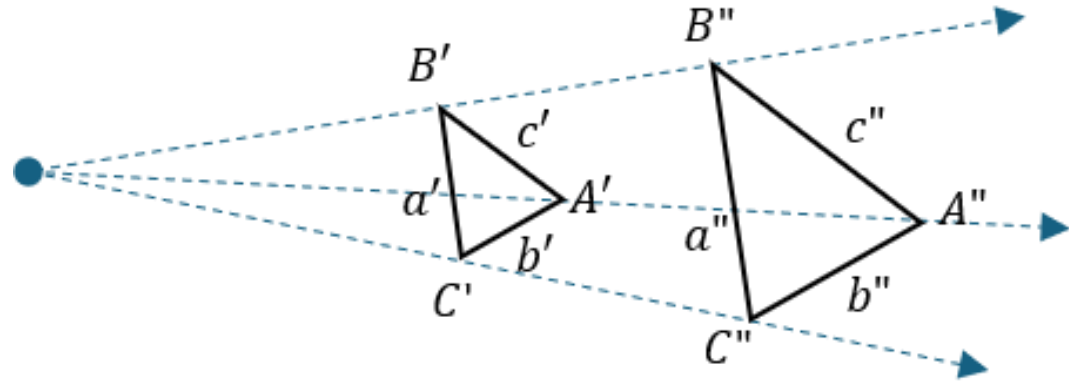
$$\{m\angle A > m\angle B > m\angle C\}$$

Triángulos Congruentes y Desigualdad de Triángulo

Desigualdad de Triángulo: Ordenando Lados	
$Si\{m\angle A > m\angle B > m\angle C\}$  $Entonces$ $\{a > b > c\}$	

Semejanza o Similaridad en Triángulos

Lados Correspondientes
Proporcionales
o
en Proporción



$$\text{Si } \left\{ \begin{array}{l} \frac{a'}{a''} = \frac{b'}{b''} = \frac{c'}{c''} \\ \text{or} \\ \frac{a''}{a'} = \frac{b''}{b'} = \frac{c''}{c'} \end{array} \right\} \& \left\{ \begin{array}{l} \angle A' \cong \angle A'' \\ \angle B' \cong \angle B'' \\ \angle C' \cong \angle C'' \end{array} \right\}$$

Ángulos
Correspondientes
Congruentes

entonces

$$\{\Delta A'B'C' \sim \Delta A''B''C''\}$$

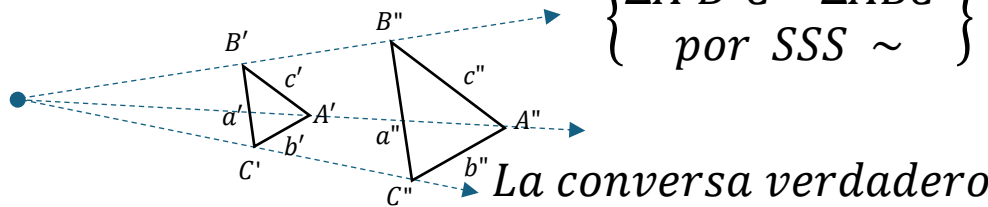
El converso verdadero

$\sim \rightarrow$ *Similaridad o Semejanza*

Razonamiento Proporcional y Similitud o Semejanza de Triángulos

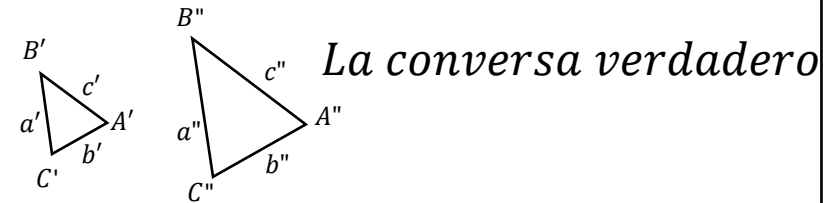
Similitud: Lado-Lado-Lado o LLL

Si $\left\{ \begin{array}{l} \frac{a'}{a''} = \frac{b'}{b''} = \frac{c'}{c''} \\ \text{or} \\ \frac{a''}{a'} = \frac{b''}{b'} = \frac{c''}{c'} \end{array} \right\}$ Entonces $\left\{ \begin{array}{l} \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC'' \\ \text{por SSS} \sim \end{array} \right\}$



Similitud: Ángulo-Ángulo o AA

Si $\left\{ \begin{array}{l} \angle A' \cong \angle A'' \\ \angle B' \cong \angle B'' \\ \text{or} \\ \angle A' \cong \angle A'' \\ \angle C' \cong \angle C'' \\ \text{or} \\ \angle B' \cong \angle B'' \\ \angle C' \cong \angle C'' \end{array} \right\}$ Entonces $\left\{ \begin{array}{l} \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC'' \\ \text{por AA} \sim \end{array} \right\}$



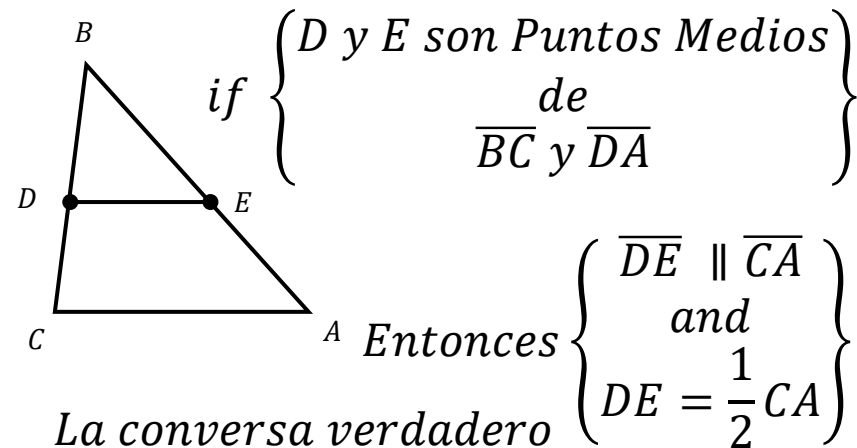
Similitud: Lado-Ángulo-Lado o LAL

Si $\left\{ \begin{array}{l} \frac{a'}{a''} = \frac{c'}{c''} \\ \text{or} \\ \frac{a''}{a'} = \frac{c''}{c'} \\ \text{and} \\ \angle B' \cong \angle B'' \end{array} \right\}$ Entonces $\left\{ \begin{array}{l} \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC'' \\ \text{por SAS} \sim \end{array} \right\}$



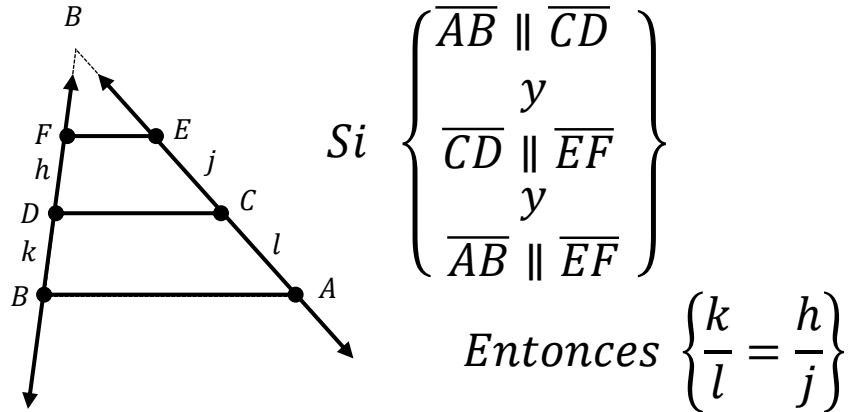
La conversa verdadero

Segmento de Punto Medio a Punto Medio de Dos lados Paralelo al Tercer Lado en un Triángulo



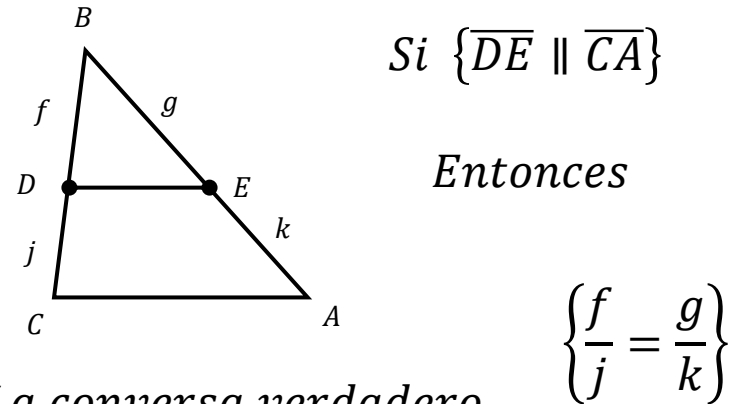
Razonamiento Proporcional y Similitud o Semejanza de Triángulos

Proporcionalidad en Transversales Múltiples Cortando Dos Líneas



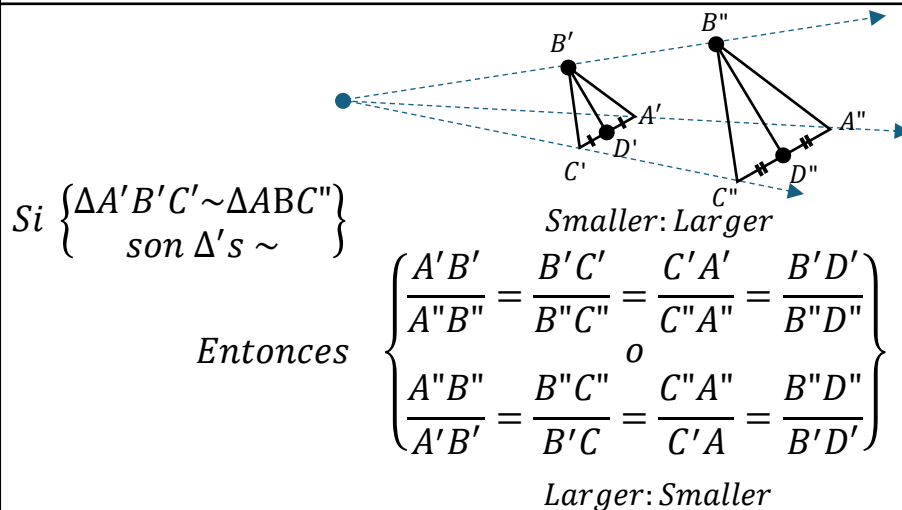
La converso verdadero

Proporcionalidad en Segmentos Formados Uniendo Dos Lados de un Triángulo Con Un Segmento Paralelo al Tercer Lado

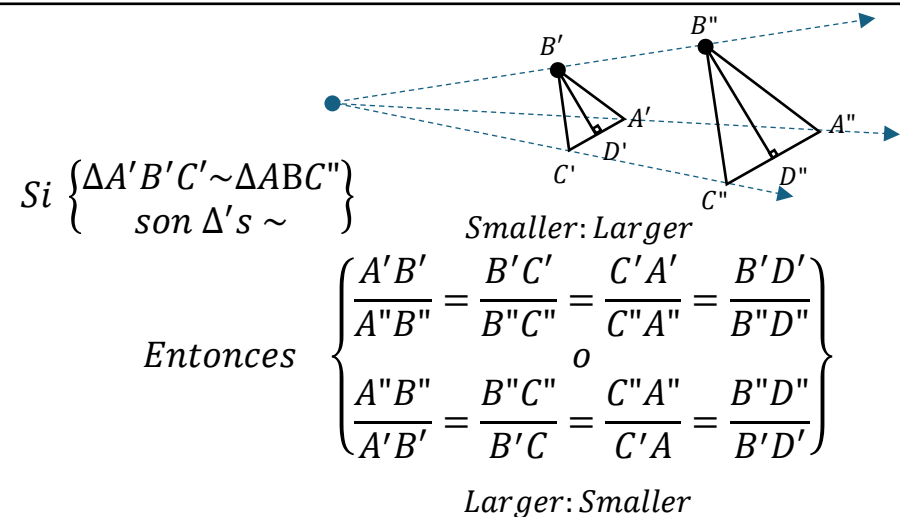


La converso verdadero

Similitud en Triángulos: Las Medianas $\overline{B'D'}$ y $\overline{B''D''}$ son Proporcionales a los Lados

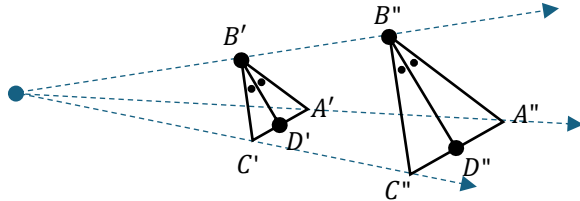


Similitud en Triángulos: Las Alturas $\overline{B'D'}$ y $\overline{B''D''}$ son Proporcionales a los Lados



Razonamiento Proporcional y Similitud o Semejanza de Triángulos

Similitud en Triángulos: Las Bisectrices Angulares
 $\overline{B'D'}$ y $\overline{B''D''}$ son Proporcionales a los Lados



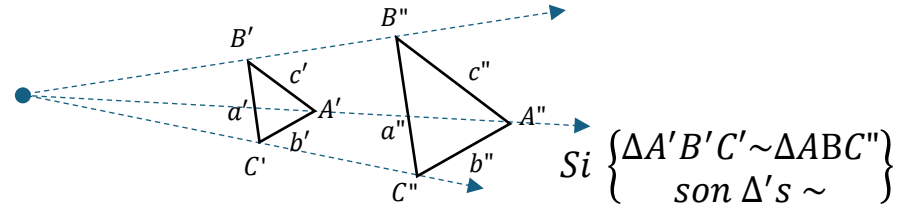
Si $\left\{ \begin{array}{l} \Delta A'B'C' \sim \Delta A''B''C'' \\ \text{son } \Delta's \sim \end{array} \right\}$

Entonces

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A'B'}{A''B''} = \frac{B'C'}{B''C''} = \frac{C'A'}{C''A''} = \frac{B'D'}{B''D''} \\ \frac{A''B''}{A'B'} = \frac{B''C''}{B'C'} = \frac{C''A''}{C'A'} = \frac{B''D''}{B'D'} \end{array} \right\}$$

Larger: Smaller

Similitud en Triángulos: Los Perímetros
 $a' + b' + c'$ y $a'' + b'' + c''$
 son Proporcionales a los Lados



Si $\left\{ \begin{array}{l} \Delta A'B'C' \sim \Delta A''B''C'' \\ \text{son } \Delta's \sim \end{array} \right\}$

Smaller: Larger

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A'B'}{A''B''} = \frac{B'C'}{B''C''} = \frac{C'A'}{C''A''} = \frac{a' + b' + c'}{a'' + b'' + c''} \\ \frac{A''B''}{A'B'} = \frac{B''C''}{B'C'} = \frac{C''A''}{C'A'} = \frac{a'' + b'' + c''}{a' + b' + c'} \end{array} \right\}$$

Larger: Smaller

Segmentos Formados Por Una Bisectriz Angular y Los Lados Flanquándola

Segmentos Especiales en Triángulos